UNIVERSIDAD ESTATAL AMAZÓNICA

FACULTAD DE CIENCIAS DE LA VIDA

CARRERA DE INGENIERÍA AMBIENTAL

Proyecto de investigación previo a la obtención del título en:

INGENIERÍA AMBIENTAL

TEMA:

SISTEMATIZACIÓN TEÓRICA DE LOS MODELOS MATEMÁTICOS UTILIZADOS EN EL PROCESO DE OBTENCIÓN DE BIOGÁS.

AUTOR

ANDINO CAJAS CESAR AUGUSTO

DIRECTOR

PhD. PÉREZ MARTÍNEZ AMAURY

PUYO-PASTAZA-ECUADOR

2020

DECLARATORIA DE AUDITORIA Y CESIÓN DE DERECHOS

Yo, Andino Cajas Cesar Augusto con C.I. 1600733230, como autor del Proyecto de Investigación titulado: **Sistematización teórica de los modelos matemáticos utilizados en el proceso de obtención de biogás,** el cual constituye una elaboración personal realizada únicamente con la dirección del Tutor de dicho Trabajo Dr. Amaury Pérez Martínez en tal sentido, manifiesto la originalidad de la conceptualización del trabajo como interpretación de datos y elaboración de conclusiones dejando establecido que aquellos aportes intelectuales de otros autores se han referenciado debidamente en el texto de dicho trabajo.

En el cantón Pastaza a los 30 días del mes de Agosto del 2020.



Cesar Augusto Andino Cajas

CI: 1600733230

CERTIFICADO DE APROBACIÓN POR EL TRIBUNAL DE SUSTENTACIÓN

El tribunal de sustentación del proyecto de investigación y desarrollo aprueba el proyecto del Investigación titulado: **"Sistematización teórica de los modelos matemáticos utilizados en el proceso de obtención de biogás".**



MSc. Paúl Manobanda
Presidente del Tribunal

CERTIFICADO DE APROBACIÓN POR EL TRIBUNAL DE SUSTENTACIÓN

El tribunal de sustentación del proyecto de investigación y desarrollo aprueba el proyecto del Investigación titulado: "**Sistematización teórica de los modelos matemáticos utilizados en el proceso de obtención de biogás".**



Dr. Karel Diéguez Santana
Miembro del Tribunal

CERTIFICADO DE APROBACIÓN POR EL TRIBUNAL DE SUSTENTACIÓN

El tribunal de sustentación del proyecto de investigación y desarrollo aprueba el proyecto del Investigación titulado: "**Sistematización teórica de los modelos matemáticos utilizados en el proceso de obtención de biogás".**

MSc. Pamela Pintado V.
Miembro del Tribunal

CERTIFICADO DE PORCENTAJE DE SIMILITUD OBTENIDO EN EL SISTEMA ANTI PLAGIO

Quien suscribe el presente Dr. Amaury Pérez Martínez con CI: 1757150766 certifica que el Proyecto de Investigación titulado: "**Sistematización teórica de los modelos matemáticos utilizados en el proceso de obtención de biogás"** ha sido examinado a través del sistema Antiplagio URKUND y presenta un porcentaje de similitud del 3%.

En el cantón Pastaza a los 31 días del mes de agosto del 2020.



_____

Dr. Amaury Pérez Martínez
Director del Proyecto de Investigación

Oficio No. 224-SAU-UEA-2020

Puyo, 31 de agosto de 2020

Por medio del presente **CERTIFICO** que:

El Proyecto de Investigación correspondiente al egresado ANDINO CAJAS CESAR AUGUSTO con C.I. 1600733230, con el Tema: **"SISTEMATIZACIÓN TEÓRICA DE LOS MODELOS MATEMÁTICOS UTILIZADOS EN EL PROCESO DE OBTENCIÓN DE BIOGÁS"**, de la carrera, Ingeniería Agroindustrial. Director del proyecto Dr. Pérez Martinez Amaury, PhD., ha sido revisado mediante el sistema antiplagio URKUND, reportando una similitud del 3%. Informe generado con fecha 31 de agosto de 2020 por parte del director conforme archivo adjunto.

Particular que comunico a usted para los fines pertinentes

Atentamente,

Ing. Italo Marcelo Lara Pilco M.Sc.
ADMINISTRADOR DEL SISTEMA ANTIPLAGIO URKUND – UEA - .

AGRADECIMIENTO

Gracias Dios por darme salud y entendimiento para poder completar una etapa más en mi vida, gracias por ser mi inspiración y guía en mis metas.

A mi madre por ser un pilar fundamental en mi vida, con su amor y apoyo me ha formado he inculcado disciplina para ser una persona de bien en la vida profesional.

A mi padre que me inspirado los triunfos y logrados, para seguir sus pasos en la vida profesional.

A mis abuelos Francisco y Clemencia que han sido unos padres más en mi vida, me han dirigido he inculcado sus valores, apoyándome en toda la vida profesional a pesar de las dificultades que se atravesaron, ellos nunca desmallaron y estuvieron ahí.

A mi esposa Shirley por su apoyo, paciencia, consejos, sabiduría y amor incondicional, por estar a mi lado en los logros y tropiezos, siendo una persona que me ha inspirado seguir adelante.

A mis hermanos por los consejos que me dieron inspirando lucha y ánimo, apoyándome para cumplir con los objetivos planteados.

A mi familia que ha estado en los buenos y malos momentos pero siempre extendiéndome la mano.

A los docentes que me transmitieron sus conocimientos durante todos los años de estudios, moldeándome con su sabiduría para poder emprender y desarrollar todo mi potencial.

A mi tutor por tener esa confianza sin haber sido mi docente en mi carrera, pero fue un profesor que confió en mí para poder realizar y darle el comienzo a mi nueva etapa, por bridarme sus conocimientos y directrices para logra mis objetivos.

Gracias a todos….

DEDICATORIA

Dedico a Dios por brindarme la vida y llenar de bendiciones mi hogar, por darme fortaleza y sabiduría para poder emprender, afrontar todos los obstáculos que se presenten y ser un pilar fundamental de mi vida.

A la mejor madre del mundo Elizabeth Cajas, quien me lleno de bendiciones y amor, a pesar de las diferencias ella siempre estuvo en los buenos y malos momentos, apoyándome aconsejándome y construyendo mi felicidad.

A mis abuelos Francisco Andino y Clemencia Inmunda que me brindaron todo su amor como padres, me han dirigido e inculcado sus valores, apoyando en toda la vida profesional a pesar de las dificultades que se atravesó ellos nunca desmallaron y estuvieron ahí.

Al amor de mi vida, Shirley Pomavilla, por ser mi compañera, amiga, novia y esposa, siempre apoyándome en todo momento, impulsándome a conseguir todas las metas planteadas, por darme consejos, sabiduría y amor incondicional, por estar a mi lado en los logros y tropiezos.

La familia que quienes pusieron su confianza en mí y amor infinito.

A los docentes y especialmente a mi tutor Amaury Pérez por guiarme y brindarme su conocimiento durante la realización del proyecto, ayudándome a cumplir los objetivos propuestos para la vida profesional.

Cesar Andino Cajas

RESUMEN

Los modelos matemáticos permiten predecir el comportamiento y la producción de biogás, con herramientas básicas de operaciones, diseño y control de los sistemas anaeróbicos en un biodigestor, el objetivo de la investigación fue analizar la evolución de los diferentes modelos matemáticos que permiten describir la producción de biogás, se aplicó la metodología PRISMA con una búsqueda sistemática y metaanálisis en diferentes base de datos, la recolección de información se ajustaron a los criterios de elegibilidad que fueron, años de aparición, tipos de artículos con modelos cinéticos, modelos matemáticos que predicen la producción de biogás y el coeficiente de determinación. Se encontraron 22 artículos, se identificó un incremento de estudios en la predicción de biogás en el año 2019 con 6 artículos y el menor en el año 2013 con 1 artículo, el modelo más aplicado fue Gompertz modificado con un 30.91% de todas las ecuaciones encontradas, la ecuación más utilizada en los modelos más eficientes de los 22 artículos fue Gompertz modificado con un resultado de 72.73% de las 6 ecuaciones, los sustratos más aplicados fueron desechos sólidos urbanos, agua residual y lodos biológicos, el mejor promedio del coeficiente de determinación de todas las ecuaciones fue el de Monod cuadrático.

Palabras clave: Modelos matemáticos, coeficiente de determinación, predicción, cinéticos, evolución, metaanálisis.

ABSTRACT

Mathematical models allow predicting the behavior and production of biogas, with basic tools for operations, design and control of anaerobic systems in a biodigester, the objective of the research was to analyze the evolution of the different mathematical models that allow the production of biogas , the PRISMA methodology was applied with a systematic search and meta-analysis in different databases, the information information was adjusted to the eligibility criteria that were, years of appearance, types of articles with kinetic models, mathematical models that predict the production of biogas and the coefficient of determination. 22 articles were found, an increase in studies in biogas prediction was identified in 2019 with 6 articles and the lowest in 2013 with 1 article, the most applied model was Gompertz modified with 30.91% of all equations found, the equation most used in the most efficient models of the 22 articles was modified Gompertz with a result of 72.73% of the 6 equations, the most applied substrates were urban solid waste, residual water and biological sludge, the best average of the coefficient of determination of all equations was the quadratic Monod.

Key words: Mathematical models, coefficient of determination, prediction, kinetics, evolution, meta-analysis.

TABLA DE CONTENIDOS

CAPITULO I..... 1

1. INTRODUCCIÓN..... 1

1.1. JUSTIFICACIÓN 2
1.2. PLANTEAMIENTO DEL PROBLEMA..... 2
1.3. OBJETIVOS 2
1.3.1. Objetivo general 2
1.3.2. Objetivos específicos..... 3

CAPITULO II 4

2. FUNDAMENTACIÓN TEÓRICA DE LA INVESTIGACIÓN..... 4

2.1. CARACTERIZAR LA PRODUCCIÓN DE BIOGÁS 4
2.1.1 Sustratos..... 4
2.1.2. Digestión anaerobia..... 5
2.2. MODELOS MATEMÁTICOS PARA LA PRODUCCIÓN DE BIOGÁS Y SU IMPORTANCIA..... 5
2.2.1. Ecuación de Monod 6
2.2.2. Ecuación de primer orden..... 6
2.2.3. Modelo de Gompertz..... 7
2.3. DATOS EXPERIMENTALES 7
2.3.1. Coeficiente de correlación 7
2.3.2. Coeficiente de determinación 8
2.3.3. Error cuadrático medio..... 9
2.3.4. Tiempo de retención hidráulica..... 9
2.3.5. Potencial de hidrógeno (pH) 10
2.3.6. Temperatura..... 10
2.3.7. Relación carbón/nitrógeno (C/N) 10

CAPITULO III..... 12

3. METODOLOGÍA DE LA INVESTIGACIÓN 12

3.1. TIPO DE INVESTIGACIÓN..... 12
3.1.1. Investigación descriptiva..... 12
3.2. MÉTODOS DE INVESTIGACIÓN..... 12
3.2.1. Método sistemática y metaanálisis..... 12
3.3. PROCEDIMIENTO DE TRABAJO..... 12
3.4. FUENTE DE RECOPILACIÓN DE INFORMACIÓN 15
3.5. INSTRUMENTOS DE INVESTIGACIÓN..... 15
3.6. TRATAMIENTOS DE DATOS..... 16

CAPÍTULO IV 17

4. ANÁLISIS DE RESULTADOS 17

4.1. SELECCIÓN DE ESTUDIO 17
4.2. CARACTERÍSTICAS DE ESTUDIO 17
4.3. SÍNTESIS DE ESTUDIOS 17
4.4. DISCUSIÓN 27

CONCLUSIONES 29

RECOMENDACIONES 29

REFERENCIAS 30

ÍNDICE DE TABLAS

Tabla 1. Residuos orgánicos 4
Tabla 2. Significado de la ecuación de Monod 6
Tabla 3. Significado de ecuación de primer orden 7
Tabla 4. Significado de ecuación de modelo de Gompertz 7
Tabla 5. Significado de la ecuación del coeficiente de correlación 8
Tabla 6. Significado de la ecuación del coeficiente de determinación 8
Tabla 7. Significado de la ecuación de error cuadrático medio 9
Tabla 8. Pasos para la metodología PRISMA 14
Tabla 9. Instrumentos utilizados 15
Tabla 10. Grupo de modelos cinéticos que predicen la producción de biogás (n=22) ... 18
Tabla 11. Identificación del promedio del coeficiente de determinación 26
Tabla 12. Rango de los modelos matemáticos 27

ÍNDICE DE FIGURAS

Figura 1. Diagrama de flujo de PRISMA. 14

Figura 2. Comportamiento de los artículos publicados que contienen modelos matemáticos en los últimos 10 años. 19

Figura 3. Modelos eficientes en los 22 artículos de inclusión. 24

Figura 4. Repetitividad de los tipos de sustratos utilizados en la digestión anaerobia. . 26

CAPITULO I

1. INTRODUCCIÓN

Según Corredor Vargas y Pérez Peréz (2018) en Ecuador, la generación de residuos agroindustriales representa un papel muy importante en el sector económico, provoca a la vez incidentes en los sectores agropecuarios que han generado una gran cantidad de residuos orgánicos que ocasiona impactos ambientales, contamina fuentes hídricas y emana emisiones en los procesos de descomposición de la materia orgánica que emana gases de metano (CH_4) y dióxido de carbono (CO_2). Ecuador se produce 1,256.04 toneladas de residuos orgánicos e inorgánicos al día de forma diferenciada, que representa el 53% en residuos orgánicos (INEN, 2016).

La demanda de los pobladores por mejorar las condiciones en el ambiente permite desarrollar tecnologías con la finalidad de aprovechar los residuos orgánicos mediante biodigestores anaerobios. Los biodigestores degradan la materia orgánica por medio de la fermentación anaeróbica que genera gas metano los cuales han permitido desarrollar ecuaciones matemáticas que estiman la producción de biogás mediante la cinética microbiana (Gaibor Chávez, Niño Ruiz, Velázquez Martí, y Lucio Quintana, 2019).

Los principios de la cinética microbiana inicio por la década de los 40, las personas que más se destacaron en la investigación fueron Jacques Monod, André Lwoff y Francois Jacob, sus trabajos se enfocaron en el crecimiento microbiano, desarrollo métodos para el estudio de la bioquímica y fisiología bacteriana con el objetivo de observar la reacción microbiana, su crecimiento y degradación de la materia orgánica (Alvarez Ramirez, Meraz, y Vernon Carter, 2019).

La necesidad de predecir el comportamiento y la producción de biogás o metano se desarrollaron modelos y simulaciones matemática en la digestión anaerobia con varios sustratos construyeron herramientas básicas para la operación, diseño y control de los sistemas anaeróbicos con modelos fenomenológicos que comprenden las reacciones que ocurren en el interior del biodigestor donde se aplica balance de materia y energía tanto en modelos estequiométricos y modelos cinéticos.

Algunos mecanismos empleados dependen de la cinética bacteriana, el modelo cinético se encarga del análisis de reacciones de vida de los microorganismos en el sustrato enfocándose en el crecimiento, supervivencia, muerte y adaptaciones en el ciclo celular Montenegro Orozco, Rojas Carpio, Cabeza Rojas, y Hernández Pardo (2016). Los modelos cinéticos se clasifican en modelos de sistemas enzimáticas y modelos

estructurados que contiene información de rutas metabólicas y los modelos no estructurados que se enfocan en el estado fisiológico de una comunidad de bacterias.

1.1. JUSTIFICACIÓN

Silveira y Wagner (2017) mencionan que la necesidad del desarrollo de los modelos matemáticos para la producción de biogás, se ha enfocado en intentar predecir la cantidad de biogás que pudiera generar a largo del tiempo e identificar las características de los sustratos para contribuir al desarrollo tecnológico. En la investigación se identificarán los tipos de modelos matemáticos que predicen la cantidad de biogás y la variabilidad entre modelos, que permitirá mejorar la búsqueda de información, analizar los parámetros que modifiquen la productividad, verificar la factibilidad y eficiencia de las modelos seleccionados por diferentes autores Rodrigo Clavero (2016). Cada modelo matemático tiene diferentes parámetros independientemente de las condiciones de las variables como la composición, concentración, pH, temperatura y los flujos de los sustratos. El comportamiento de los modelos destinados a la predicción de biogás se analizará con la metodología PRISMA, con la selección y exclusión de los artículos que no cumplan con los parámetros de elegibilidad.

1.2. PLANTEAMIENTO DEL PROBLEMA

Existen modelos matemáticos que predicen biogás o metano, muchos investigadores por mejorar la productividad y contribuir en los avances tecnológicos, realizan estudios con diferentes sustratos que utilizan varios modelos cinéticos, por la necesidad de estos estudios se realizará una búsqueda sistemática para identificar de cómo ha sido el comportamiento de los modelos matemáticos que predicen la producción de biogás por digestión anaerobia a partir de diferentes materias primas.

1.3. OBJETIVOS

1.3.1. Objetivo general

Analizar la evolución de los diferentes modelos matemáticos que permiten describir la producción de biogás mediante una búsqueda bibliográfica.

1.3.2. Objetivos específicos

1. Recuperar información sobre la evolución de los modelos matemáticos que permitan predecir el comportamiento de la producción de biogás.
2. Jerarquizar los modelos matemáticos en cuanto su aplicación en la predicción de la producción de biogás.

CAPITULO II

2. FUNDAMENTACIÓN TEÓRICA DE LA INVESTIGACIÓN

2.1. CARACTERIZAR LA PRODUCCIÓN DE BIOGÁS

2.1.1 Sustratos

Es una superficie donde los microorganismos se pueden desarrollar y reproducir, contiene una gran cantidad de nutrientes para la supervivencia de seres bióticos, permite satisfacer las necesidades básicas como la protección, fijación, nutrición y especialmente la reserva de agua entre otros factores Alonso Contreras (2017). En el desarrollo de microorganismos el sustrato tiene que tener proteínas, celulosa, grasas, carbohidratos, hemicelulosa para una buena alimentación y reproducción de bacterias, los sustratos orgánicos pueden ser de diferentes orígenes, como se representa en la Tabla 1 (Alvarado Aguayo y Munzón Quintana, 2020).

Tabla 1. Residuos orgánicos

Origen	Ejemplo
Residuos agroindustriales	Cáscaras del arroz, melaza, bagazo, residuos de granos como semillas.
Residuos de origen vegetal	Forraje, cáscaras de guineo, cáscaras de plátano, rastrojo de cosechas, malezas.
Residuos de origen animal	Estiércol, orina, residuos de mataderos, sangre, residuos de pescado.
Residuos de origen humano	Orina, estiércol, basura orgánica.
Residuos forestales	Hojarasca, ramas, corteza de árbol, vástagos.
Residuos de cultivos acuáticos.	Maleza acuática, especies acuáticas, Jacinto, algas de mar.

Fuente: (Alvarado Aguayo y Munzón Quintana, 2020)

2.1.2. Digestión anaerobia

La digestión anaerobia es un proceso biológico que degrada la materia orgánica o sustrato en ausencia de oxígeno, en el biodigestor para la generación de biogás, del tipo de sustrato depende para mantener la actividad bacteriana estable y el desarrollo de varias comunidades microbianas. Los sustratos para la elaboración de biogás pueden ser residuos de animales, una fracción de residuos sólidos urbanos, residuos vegetales, fangos de estaciones depuradoras de aguas residuales (Arhoun, 2017).

Es necesario realizar un control adecuado en el crecimiento microbiano, control en las variables como la carga orgánica, tiempo de retención hidráulica, relación de carbono nitrógeno, pH, temperatura y potencial de redox (Dai, Li, Zhang, Chen, y Dai, 2016).

Los productos principales de la fermentación son metano, dióxido de carbono y una suspensión acuosa (lodo) que contienen microorganismos responsables en la degradación del sustrato. El biogás contiene una mezcla gaseosa de metano entre el 70% y el 50% y el dióxido de carbono entre el 50% y el 30% entre otros gases como oxígeno, nitrógeno, sulfuro de hidrógeno, hidrógeno cuya composición depende de los procesos y las materias primas (Miramontes Martínez y col., 2020).

2.2. MODELOS MATEMÁTICOS PARA LA PRODUCCIÓN DE BIOGÁS Y SU IMPORTANCIA

Los diferentes modelos matemáticos estiman la producción de biogás, contribuyen al desarrollo de los procesos industriales a diferentes escalas, mejoran la productividad y el desarrollo de energías limpias y sostenibles con el entorno, para garantizar soluciones óptimas. Existen diferentes modelos con sus respectivas variables que permiten estimar la producción (Li Vega y García Sánchez, 2019).

La modelación matemática es una herramienta que permite medir los procesos en la obtención de biogás y ayuda a entender, conocer e interpretar los problemas planteados (Plaza Gálvez, 2016).

Los modelos matemáticos han ayudado a comprender la formación y desarrollo de conocimientos en condiciones de diseños experimentales, resolver, elaborar y analizar datos en el comportamiento en un sistema de digestión anaerobia, optimizar costos operativos y aumentar el rendimiento en la producción de biogás, calcular en el balance de masa y energía y el volumen de producción en el proceso (Ferrando, Albarracín, Gallart, García Raffi, y Gorgorió, 2017).

2.2.1. Ecuación de Monod

Las ecuaciones de Monod son modelos matemáticos desarrollados empíricamente para predecir el crecimiento de los microorganismos, donde Jacques Monod propuso varios modelos especialmente en la tasa de crecimiento que depende de la cantidad de sustrato, la ecuación consta de dos parámetros: constante de Monod (Ecuación 2) y tasa específica máxima (Tabla 2) (González Cuello, Paternina, y Carrillo, 2016; Howell, Bennett, y Materić, 2019).

$$\mu = \mu_{max} \frac{S}{k_S + S} \quad \text{(Ec. 2)}$$

Tabla 2. Significado de la ecuación de Monod

Simbología	Significado
μ	Tasa específica de crecimiento promedio (1/día)
μ_{max}	Tasa específica de crecimiento máxima (1/día)
S	Concentración de sustrato (g/L)
k_S	Constante de Michaelis Menten (g/L) o constante de saturación

Fuente:(Howell y col., 2019)

2.2.2. Ecuación de primer orden

La ecuación de primer orden realiza un análisis preliminar de la tasa de producción de metano y la máxima tasa potencial de producción del proceso de la digestión anaerobia, la producción de metano está involucrada en el patrón de crecimiento microbiano, la ecuación lineal nos indica las características de aumento o disminución de metano.

El biodigestor al degradar la materia orgánica emana metano, para predecir la cantidad de metano se utiliza la ecuación de primer orden, se considera la producción máxima de metano y es proporcional a la degradación de los componentes orgánicos. El uso del modelo cinético de primer orden en la simulación es por la simplicidad menor de cantidad de requisitos de datos para la verificación del rendimiento máximo de metano, la ecuación de primer orden se expresa en la Ecuación 3 y Tabla 3 (Kafle y Kim, 2012).

$$M = M_U(1 - e^{(-kt)}) \quad \text{(Ec.3)}$$

Tabla 3. Significado de ecuación de primer orden

Simbología	Significado
M	Rendimiento de metano en el tiempo (L/kg Sólidos Volátiles)
M_u	Último rendimiento máximo de metano (L/kg Sólidos Volátiles)
t	Tiempo de incubación (días)
k	Es la constante del primer orden cinético (d^{-1})

Fuente: (Kafle y Kim, 2012)

2.2.3. Modelo de Gompertz

La aplicación modificada de Gompertz está diseñada para describir la curva de crecimiento con forma sigmoidal, con los parámetros la ecuación es posible derivar parámetros cinéticos afines al crecimiento microbiano tales, como la velocidad máxima de crecimiento, el tiempo de latencia, el tiempo de generación mínimo. Los parámetros de la Ecuación 4 se describen en la Tabla 4 (Tjørve y Tjørve, 2017).

$$N(t) = Ae^{-Be^{-Kt}} \quad \text{(Ec. 4)}$$

Tabla 4. Significado de ecuación de modelo de Gompertz

Simbología	Significado
$N(t)$	Es el tamaño de la población al tiempo t
A	Es el valor del Máximo crecimiento y determina un punto de inflexión en $\frac{A}{e}$
B	Número positivo que desplaza el modelo a la izquierda o derecha
K	Establece la tasa intrínseca de crecimiento.

Fuente:(Etuwe, Momoh, y Iyagba, 2016)

2.3. DATOS EXPERIMENTALES

2.3.1. Coeficiente de correlación

El coeficiente de correlación o correlación lineal de Pearson es una medida de regresión que tiene como objetivo la cuantificación del grado de variación entre dos variables, es una medida estadística que cuantifica la dependencia lineal que mide el grado de

intensidad y el sentido de la relación de las dos variables como indica la Tabla 5 y Ecuación 5 (Chavanne, Díaz, García, y Cuenya, 2020).

$$Pxy = \frac{cov_{xy}}{\sigma_x \sigma_y} \qquad \text{(Ec.5)}$$

Tabla 5. Significado de la ecuación del coeficiente de correlación

Simbología	Significado
cov_{xy}	La covarianza entre el valor x e y
σ_x	Desviación típica de x
σ_y	Desviación típica de y

Fuente: (Chavanne y col., 2020)

2.3.2. Coeficiente de determinación

El coeficiente de determinación R^2 es el cuadrado de la correlación de Pearson, es una medida adimensional, es un modelo estadístico con el propósito de predecir resultados y aprobar hipótesis, se realiza para explicar variables aleatorias, mide la capacidad explicativa de un modelo que indica el porcentaje de la variación total de la variable Y, el resultado de R^2 es igual a 1 el ajuste lineal es perfecto, si el resultado es 0 indica que el modelo no explica nada de variación entre dos variables como indica la Tabla 6 y Ecuación 6 (Chavanne y col., 2020).

$$R^2 = \frac{cov^2{}_{xy}}{\sigma^2{}_x \sigma^2{}_y} \qquad \text{(Ec.6)}$$

Tabla 6. Significado de la ecuación del coeficiente de determinación

Simbología	Significado
R^2	Coeficiente de determinación
$cov^2{}_{xy}$	La covarianza entre el valor (x,y)
$\sigma^2{}_x$	Varianza de la variable x
$\sigma^2{}_y$	Varianza de la variable y

Fuente: (Chavanne y col., 2020)

2.3.3. Error cuadrático medio

Mide el promedio de los errores que hay entre dos conjuntos de datos o los errores al cuadrado, verifica la diferencia entre lo que se pretende estimar y el estimador, es un cálculo cuantitativo utilizado para la evaluación de métodos de pronósticos de demanda, es raíz cuadrada de la sumatoria de los errores cuadráticos (ver Tabla 7) (ver Ecuación 7) (Chavanne y col., 2020).

$$RMSE = (\frac{1}{m}\sum_{j=1}^{m}(\frac{d_j}{Y_J})^2)^{\frac{1}{2}} \qquad \text{(Ec.6)}$$

Tabla 7. Significado de la ecuación de error cuadrático medio

Simbología	Significado
m	Número de pares de datos
j	Valores de j
Y	Producción media de biogás (ml)
D	Desviación entre experimental y predicho de producción de biogás.

Fuente: (Chavanne y col., 2020)

2.3.4. Tiempo de retención hidráulica

Según Zuriaga Agustí y col. (2017) el tiempo en el que el sustrato permanece en el biodigestor sujeto a la actividad bacteriana, existe un tiempo de retención mínima para que los microorganismos puedan desarrollarse el cual limita el crecimiento bacteriano y la descomposición de la materia orgánica. En un sistema de mezcla completa el tiempo de retención como mínimo debería corresponder a la velocidad del crecimiento microbiano, entre mayor sea el tiempo de retención, habrá un incremento de biogás por unidad de materia orgánica, el tiempo de retención para lodos depuradores y residuos ganaderos están entre los 15 a 20 días con una temperatura entre los 25 ºC y 45 ºC y el tiempo de retención para estiércol aviar líquido se encuentre entre los 20 a 40 días en un rango mesófilo (Pérez y Chinea Guzmán, 2020).

2.3.5. Potencial de hidrógeno (pH)

El crecimiento microbiano que participa en la digestión anaerobia necesita un rango óptimo de pH que se encuentre cerca a la neutralidad esto permite mejorar sus condiciones y un desarrollo adecuado, el rango óptimo para un mejor cultivo es entre el 6.5 y 7.5 según Syaichurrozi, Suhirman, y Hidayat (2018). El proceso anaeróbico puede ser afectado con pequeñas variaciones de pH que se encuentra fuera del rango óptimo, los microorganismos metanogénicos son más propensos a las variaciones de pH que otros microorganismos, las bacterias acidogénicos se encuentran con un pH de (5.5 y 6.5), las bacterias metanogénicos entre (7.8 a 8.2). Si el pH es mayor a 8 la carga corre un mayor riesgo de putrefacción, si el pH es menor a 6 indica una descompensación entre fase ácida y metanogénica que pudiera suspender la producción de metano (Parra Huertas, 2015).

2.3.6. Temperatura

La temperatura influye en los procesos anaeróbicos, mantiene las reacciones y la velocidad de crecimiento de los microorganismos, a medida que aumenta la temperatura acelera la velocidad del crecimiento bacteriano y aligera los procesos de digestión, mejora la producción de biogás según Montenegro Orozco y col. (2016). La temperatura en el biodigestor es uno de los parámetros principales de diseño, debido a la importancia que este factor influye en la velocidad de la digestión anaerobia, la variación violenta de temperatura en el biodigestor puede desestabilizar los procesos (Alonso Contreras, 2017). Los microorganismos en la digestión anaerobia tienen tres rangos de temperatura en las que se pueden trabajar, termófilas que se encuentra entre 45 y 65 ºC, mesófilo entre los 25 y 45 ºC y psicrófilos menores a los 25 ºC, conforme al incremento de temperatura incrementa la velocidad máxima específica de crecimiento (μ_{max}), hay un intervalo en el cual el parámetro sea máximo dentro de los rangos de temperaturas, establece una temperatura óptima para los distintos rangos en las posibles operaciones (Forster Carneiro, Perez Garcia, y Romero García, 2020).

2.3.7. Relación carbón/nitrógeno (C/N)

La materia orgánica es capaz de producir gas al pasar por los procesos de fermentación anaerobia, la composición y la naturaleza del residuo influye en la cantidad y calidad del biogás, el carbón y el nitrógeno es una de las principales fuentes de alimentación para la

supervivencia de los microorganismo metanogénicas, para la formación de nuevas células utilizan el nitrógeno y para la producción de energía el carbono, los microorganismos consumen 30 veces más carbono que nitrógeno, lo cual el rango óptimo para la relación carbono nitrógeno es de 30:1 hasta 20:1, si hay un alto contenido de carbono superior a los 35:1 la descomposición y el crecimiento bacteriano comienza a desarrollarse lentamente por la falta de nitrógeno, lo cual se extiende el periodo de producción, y si la relación carbono/ nitrógeno es menor al 8:1 el procesos de la actividad bacteriana se inhibe debido a la gran cantidad de toxicidad por el incremento de amoniaco. Por lo tanto, cuando no hay una relación adecuada de C/N es necesario utilizar otro sustrato para realizar una mezcla homogénea y obtener una relación C/N óptimo (Gil, Siles, Serrano, Chica, y Martín, 2019).

CAPITULO III

3. METODOLOGÍA DE LA INVESTIGACIÓN

3.1. TIPO DE INVESTIGACIÓN

3.1.1. Investigación descriptiva

La investigación se realizará de manera descriptiva según las variables que intervienen en el proceso de la obtención de biogás, cada una de las modelaciones tienen una variabilidad en el coeficiente de determinación y el error cuadrático medio en las ecuaciones planteadas para evaluar la predicción de biogás (Rojas Cairampoma, 2015). Se buscará estudios de investigación aplicada en función de los sustratos para el análisis de resultados que permitirá desarrollar alternativas de las ecuaciones para observar la coincidencia y la fiabilidad de los modelos planteados.

En la investigación se desarrollará una búsqueda bibliográfica sobre los procesos de obtención de biogás en la digestión anaerobia a partir de diferentes sustratos con la finalidad de determinar qué modelo matemático sea viable para la predicción de biogás y así mejorar la búsqueda de ecuaciones en diferentes estudios.

3.2. MÉTODOS DE INVESTIGACIÓN

3.2.1. Método sistemática y metaanálisis

El método utilizado es la investigación sistemática, se basa en recopilar información empírica que permite ajustar los criterios de elegibilidad, realizar una búsqueda bibliográfica de los diferentes artículos las ecuaciones que permiten predecir la producción de biogás, identificar parámetros para seleccionar la ecuación, elaborar registros de selección y exclusión de artículos, esto permitirá validar los datos incluidos para el estudio y minimizar los sesgos, desarrollar una presentación sistemática y realización de síntesis que proporciona confiabilidad, entendimiento y una explicación concreta para tomar decisiones (Ciapponi y col., 2016).

3.3. PROCEDIMIENTO DE TRABAJO

El método metaanálisis permite integrar los resultados incluidos en el estudio mediante una técnica estadística, en la recolección de estudios sistemáticos el metaanálisis ayuda a

interpretar y mejorar los resultados de estudios individuales para obtener los modelos más eficientes.

El diagrama de flujo PRISMA permite realizar una búsqueda en diferentes bases de datos y seleccionar los archivos, consta de 4 pasos para la inclusión y exclusión de documentos, como la identificación, poner en pantalla, la elegibilidad y el incluido. Antes de realizar una búsqueda primero es necesario desarrollar criterios de elegibilidad y ahí buscar los documentos, dentro de la identificación consta de dos pasos como: el registro de identificación a través de la búsqueda en la base de datos y los registros adicionales identificados en otras fuentes donde se unirán y pasarán al paso de poner en pantalla, dentro de este punto es necesario eliminar los archivos duplicados que no consten con algunos criterios de elegibilidad o no tengan relación con el estudio, donde se pondrá un registro de los documentos excluidos, posterior se registran los documentos seleccionados y se procede a verificar y eliminar artículos con razón de exclusión, después entramos a la etapa 3 donde se seleccionará los que tengan criterios de elegibilidad y por último pasa a la etapa 4 del incluido, se realiza en el estudio una síntesis cuantitativa (metaanálisis). El diagrama de flujo PRISMA se expresa en la figura 1 y los pasos a seguir en la Tabla 8.

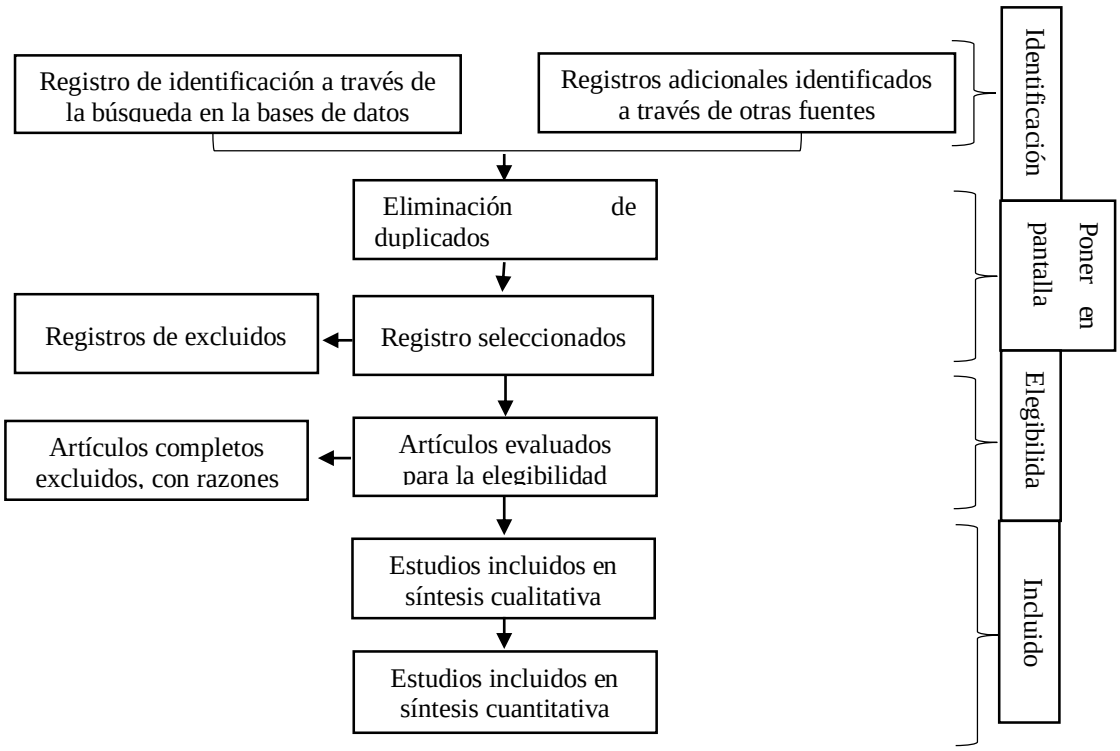

Figura 1. Diagrama de flujo de PRISMA.

Fuente: (Liberati y col., 2009)

Tabla 8. Pasos para la metodología PRISMA

MÉTODO		
1	Protocolo y registro	Muestre si existe un protocolo de revisión, si se puede acceder a él, si se encuentra disponible y que proporcione información de registro y el número.
2	Criterios de elegibilidad	Realizar una especificación de las características del estudio, desarrollar criterios de elegibilidad para elaborar su respectiva justificación tales como: año considerado, estado de publicación, idioma entre otras, realizar las características del informe.
3	Fuentes de información	Presente todas las fuentes de información en una base de datos donde contendrá fecha de cobertura, contacto con los autores del estudio para identificar estudios adicionales.
4	Buscar	Proporcione una estrategia de búsqueda electrónica completa, realice una base de datos, incluido los límites utilizados, de modo que pueda ser repetido.
5	Selección de estudio	Desarrolle los procesos para la selección de estudio, para los criterios de elegibilidad o detección de información, incluido en la revisión sistemática y si corresponde en el metaanálisis.
6	Proceso de recogida de datos	Describa el método de extracción de datos de los documentos, por formularios pilotos, o cualquier proceso para obtener y confirmar los datos de los investigadores.
7	Elementos de datos	Defina y enumere todas las variables presentes en la investigación, por ejemplo, fechas, fuentes de financiamiento, entre otros.
8	Riesgo de sesgos en estudios individuales	Detalle los métodos para evaluar el riesgo de sesgo de los estudios individuales incluido las especificaciones si fue echo a nivel de resultado o de estudio y como se podrá utilizar esta información en cualquier síntesis de datos.

9	Resumen de medidas	Indique las principales medidas de resumen, razón de riesgo, diferencia de medias.
10	Síntesis de resultados	Construya los métodos de manejo de los datos y las combinaciones de resultados de estudio, incluida las medidas de consistencias para cada metaanálisis.
11	Riesgo de sesgo entre los estudios	Describa y especifique cualquier evaluación de riesgo de sesgo que pueda afectar a la recolección de datos acumulativos. Ejemplo: sesgo de publicación, selectivo de informes dentro de los estudios.
12	Análisis adicionales	Relate los métodos de análisis adicionales, análisis de subgrupos o de sensibilidad meta regresión, si se han indicado que fueron especificados.

Fuente: Modificado de (Liberati y col., 2009)

3.4. FUENTE DE RECOPILACIÓN DE INFORMACIÓN

En la recopilación de información y los datos obtenidos se realizará una búsqueda bibliográfica a partir de diferentes investigaciones. Las investigaciones son publicaciones de fuentes secundarias tales como libros, artículos, censos, expedientes, manuscritos, documentos gubernamentales, estadísticas, entre otros datos, para mejorar el objetivo del estudio, los datos bibliográficos se insertarán en el programa EndNote para una incorporación de la bibliografía obtenida.

3.5. INSTRUMENTOS DE INVESTIGACIÓN

La investigación se ejecutará a través de la ecuación que se seleccionará, por medio de un software instalado en la computadora, para identificar la variabilidad en el comportamiento de la producción de biogás, (Tabla 9). Los instrumentos a utilizar, por medio de los softwares digitales, permitirán mejorar la identificación de modelo matemático que sea más viable y eficiente.

Tabla 9. Instrumentos utilizados

Instrumentos	**Técnica**
Programa Excel	Base de Datos
Programa EndNote	Base de Datos

Fuente: Elaboración propia

3.6. TRATAMIENTOS DE DATOS

Para la investigación del proyecto se realizará a través de una selección de datos mediante una diagrama de flujo PRISMA que permitirá registrar los artículos buscados en las diferentes bases de datos, el diagrama de flujo selecciona y permite identificar y eliminar documentos duplicados, luego de la selección se realizará una exclusión de los datos que no cumplan en la elegibilidad de los parámetros del estudio, se excluyen a los artículos con razones de elegibilidad, por último en el estudio se realizará una síntesis cuantitativa (metaanálisis), para la recolección de datos se observarán los parámetros significativos que permitirán estimar en la línea de tendencia la producción con los siguientes parámetros: potencial de producción de biogás, máxima tasa de producción de biogás, tiempo, fase de retraso y constante empleada por la ecuación. En el programa Excel se utilizará los datos estadísticos para identificar qué modelo es más eficiente en la producción de biogás. En el caso de los datos de la bibliografía los documentos se guardarán en la aplicación EndNote para llevar un registro de los documentos seleccionados.

CAPÍTULO IV

4. ANÁLISIS DE RESULTADOS

4.1. SELECCIÓN DE ESTUDIO

Se obtuvieron un total de 22 artículos con criterios de elegibilidad, en las diferentes bases de datos como Springerlink, refseek, Enviromental Engineering Research, SciencieDirect, arrojaron un total de 1,363 artículos, con estos datos se eliminó 110 artículos duplicados, en la revisión de los documentos se descartaron 1,276 artículos por no cumplir con los criterios de elección.

En la búsqueda se registró un total de 87 artículos seleccionados, estos documentos fueron estudiados y con los criterios se descartó 65 artículos que no cumplían con algunos criterios como: el estado de publicación del 2010 al 2020, tipos de artículos que contengan modelos cinéticos, modelos matemáticos para predecir la producción de biogás y el coeficiente de determinación que cuantifica el grado de variación entre las variables de producción. Se seleccionaron un total de 22 artículos que cumplieron con los criterios de inclusión.

4.2. CARACTERÍSTICAS DE ESTUDIO

Los modelos obtenidos fueron alrededor de 21 modelos cinéticos con sus respectivos coeficientes de determinación con un margen de 0.330 a 1, esto depende de las muestras tomadas y de los parámetros que permiten la producción de bigas, se obtuvo una mejor recolección de estudio con los cuatro criterios de elegibilidad. Los parámetros identificaron el tipo el sustrato más usado, el rango, el coeficiente de determinación más utilizado y el más eficiente, la evolución de los modelos matemáticos, los artículos más empleados en un periodo de 10 años y la jerarquización de los modelos matemáticos.

4.3. SÍNTESIS DE ESTUDIOS

4.3.1. Modelos matemáticos empleados en la predicción de la producción de biogás y sus condiciones

En el porcentaje de los modelos matemáticos con mayores números de ecuaciones encontrados en los diferentes artículos fue el de Gompertz modificado con el 30.91%, es uno de los modelos más ocupados en los estudios, los modelos pocos empleados fueron el modelo exponencial de primer orden, modelo de producción de biogás, modelo de

porcentaje de CH_4, Gompertz exponencial, balance de masa de sustrato, función Gaussian, primer orden-primer orden, primer pedido con tiempo modificado dependencia, first order- zero order, first order variant- inverse time, Levi Minzi, Monod cuadrática con un porcentaje de 1,82% que se representan en la Tabla 10.

Tabla 10. Grupo de modelos cinéticos que predicen la producción de biogás (n=22)

Modelos Matemáticos	Repetición de ecuaciones	%
Ecuación de Primer orden	9	16.36
Gompertz Modificado	17	30.91
Modelo exponencial de primer orden	1	1.82
Modelo logístico modificado	3	5.45
Modelo de porcentaje de CH_4	1	1.82
Modelo de producción de biogás	1	1.82
Calidad de biogás y modelo de producción de biogás	1	1.82
Modelo logístico	4	7.27
Ecuación Cone	2	3.64
Ecuación de Gompertz	4	7.27
Gompertz Exponencial	1	1.82
Monod	2	3.64
Balance de masa de sustrato	1	1.82
Chen and Hoshimoto	1	1.82
Función de Gaussian	1	1.82
Primer orden-primer orden(FOFO)	1	1.82
Primer pedido con tiempo modificado dependencia (FOMT)	1	1.82
First order-zero order (FOZO)	1	1.82
First order variant - inverse time (FOIT)	1	1.82
Levi Minzi	1	1.82
Monod cuadrático	1	1.82
TOTAL	55	100.00

Fuente: Elaboración propia

Los modelos matemáticos se obtuvieron en base a los criterios de elección, con la búsqueda de modelos cinéticos que predicen la producción de biogás, fueron buscados mediante el coeficiente de determinación, el modelo Gompertz modificado se encontró en 17 artículos de los 22, se identificó que en 16 artículos es un modelo eficiente ya que se ajusta a la predicción de biogás.

4.3.2. Evolución de los modelos

En el estudio se pudo identificar que muchos de los modelos matemáticos fueron modificados como el de Monod, fue utilizado como base para la realización de muchos modelos como zero order, ecuación de primer orden, modelo multifase de primer orden, modelo modificado de primer orden, Monod cuadrático etc., igual a Gompertz se realizó modificaciones que permitieron insertar otros parámetros así se desarrolló Gompertz exp y Gompertz modificado, el modelo logístico constituye un refinamiento del modelo exponencial al cual se le realizaron unas modificaciones con el fin de mejorar el ajuste del modelo que incorpora otros parámetros.

4.3.3. Análisis de los artículos más empleados en un período del 2010 al 2020

Se identificó que hay un mayor número de estudios en el año 2019 por la demanda de la población por recuperar un subproducto muy valioso que es el biogás, en los documentos estudiados se observó que intentan mejorar la producción de biogás con diferentes sustratos, la evolución de los artículos en un período de 10 años se observa en la Figura 2.

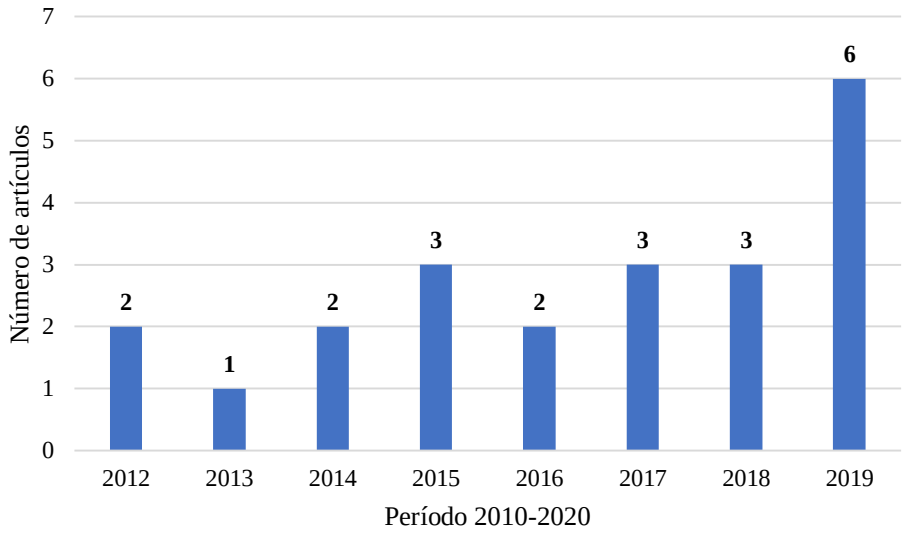

Figura 2. Comportamiento de los artículos publicados que contienen modelos matemáticos en los últimos 10 años.

Fuente: Elaboración propia

De los 22 artículos seleccionados en el año 2012 se desarrolló 2 artículos con el mismo autor, la producción de biogás se realizó por lotes a escala laboratorio, el primer caso fue con estiércol de cerdo y con un inóculo de fangos que permitió identificar un mejor rendimiento de los modelos y el más óptimo fue con Gompertz modificado que predice la producción de biogás, en segundo caso de estudio se desarrolló con desechos de

pescados y mediante el análisis el mejor modelo fue Gompertz modificado, estos estudios se desarrollaron en digestores de vidrio que mantienen una temperatura controlada de 36.5 ºC, se utilizó el modelo de Chen Hashimoto en ambos estudios para determinar el tiempo de retención hidráulica.

En el año 2013 se encontró 1 artículo que identificó la tasa de producción de biogás que utilizó como sustrato estiércol de vaca en dos reactores controlados discontinuos a escala laboratorio, se utilizaron dos ecuaciones para la predicción de biogás como logístico modificado y la ecuación de Gompertz exponencial para ajustar a los datos de 3 experimentos, en el primero y en el segundo se ocupó un reactor de 13 litros y en el tercero se ocupó un reactor de 108 litros, mediante estos análisis a juicio del autor se observó que Gompertz exponencial es el mejor modelo para la predicción de biogás porque en los tres experimentos es el que más se ajusta.

En el año 2014 se hallaron 2 artículos el primero se desarrolló en la producción de biogás de vertedero a partir de simulador de vertederos de residuos sólidos pretratados donde se utilizó 4 modelos cinéticos como la función de Gaussian, Gompertz modificado, modelo exponencial de primer orden, único componente combinado de crecimiento y decadencia y el multi componente, estos modelos cinéticos son utilizados para el proceso bioquímico de reacciones de los residuos sólidos urbanos pretratados de los vertederos, los modelos fueron desarrollados en base a la descomposición y crecimiento combinados en un reactor simulador de vertederos anaeróbicos, mediante el estudio los resultados del mejor modelo matemático para la predicción de biogás fue Gompertz modificado.

En el segundo estudio se utilizó como materia prima la vinaza un subproducto líquido de la destilación del mosto, rumen y urea que se convirtieron en biogás, mediante el estudio se utilizó como modelo cinético el de primer orden y Gompertz modificado, el estudio se desarrolló por un tiempo de 30 días en biodigestores discontinuos a temperatura ambiente, el error de ajuste del modelo cinético fue mayor al del modelo cinético de primer orden con un promedio entre 1.54-7.50 mientras que en modelo de Gompertz modificado fue de 0.76 a 3.14 esto indicó que el modelo de Gompertz modificado es un modelo que tiene menor error de ajuste en las variables.

Se encontraron 3 artículos en el año 2015, el primer artículo se realizó para identificar la producción de biogás en la planta de tratamiento de aguas residuales con el modelo de redes neuronales, para predecir biogás se utilizó el modelo de porcentaje CH_4, modelo producción de biogás y el modelo de la calidad de biogás y producción de biogás. Entre

los modelos matemáticos se observó una mayor eficiencia en el modelo de porcentaje de CH_4 con un coeficiente de determinación de 0.9185.

El segundo artículo se desarrolló con el objetivo de identificar la producción de metano final con fracciones orgánicas de residuos sólidos urbanos y lodos biológicos, utilizó dos modelos matemáticos el de Gompertz y de primer orden. En los análisis recogidos se identificó al modelo cinético con más ajuste para la predicción de metano al de Gompertz.

El tercer artículo se enfocó en la aplicación de un modelo cinético en la codigestión de desperdicios de alimentos y cáscara de maíz, los residuos utilizados fueron recolectados de una cafetería de la Universidad de Landmark, su recolección se realizó diariamente dentro de cinco días laborables, el propósito de la recolección fue para proporcionar variaciones en los residuos de alimentos, las cáscaras de maíz se recolectaron en la misma Universidad de Landmark, en la investigación solo se aplicó el modelo cinético de Gompertz modificado con un rango de 0.91-0.996 en los 5 experimentos.

En el año 2016 se identificaron 2 artículos, el primer estudio se enfocó en la producción de biogás a partir de la codigestión de desechos de cerdo y recorte de pastos, se utilizó un digestor anaerobio discontinuo de laboratorio para la derivación de parámetros cinéticos para la codigestión anaerobia del sustratos, las muestras tomadas se realizaron en un digestor continuo de 10 litros a temperaturas mesófilas de 37 ºC con un pH de 6.9, en la investigación se utilizó el modelo de Gompertz modificado con un coeficiente de determinación de 0.9994.

En el segundo artículo se desarrolló el estudio de la digestión anaeróbica semicontinua termofílica seca de desperdicios de alimentos con el objetivo de evaluar el desempeño y desarrollar el análisis con el modelo de Gompertz modificado, con el propósito de tratar eficazmente los desperdicios que evalúa en un sistema de rendimiento y simulación de los modelos para predecir la producción de biogás y metano. En la investigación se utilizó el modelo Gompertz modificado con coeficientes de determinación de biogás entre 0.986-0.99 y para metano 0.986-0.99.

En el año 2017 se encontró 3 artículos, el primer artículo se enfocó en los procesos de cultivo mixto en la codigestión anaerobia de los desechos vegetales con una planta acuática llamada *(Stratiotes pistias)*, estos sustratos fueron equilibrados en un proceso de biometanización, los modelos empleados fueron Gompertz modificado y el modelo de primer orden, se pudó identificar que el mejor modelo para el estudio fue el de Gompertz modificado con un coeficiente de determinación de 0.9993.

El segundo artículo se desarrolló con el modelo Gompertz modificado para la producción de biogás en la codigestión de lodos y desperdicios de alimentos, se utilizó un biodigestor anaerobio discontinuo de laboratorio, se desarrolló por lotes de 500 ml a temperaturas mesófilas a 37 ºC con pH de 6.9 para la derivación, los parámetros de Gompertz modificado en los análisis el modelo mostró una mejor determinación de la producción acumulada con un valor de 0.980.

En el tercer artículo se observó el desarrollo de la producción de biogás a partir de lodos de tanque séptico parcialmente digerido y la cinética debido a que no existe una orientación sistemática para la gestión de lodos de tanque séptico, se realizó en un digestor anaeróbico en reactores a escala laboratorio y un anaeróbico piloto de 2 m^3, se realizó 2 experimentos para la predicción de lodos de tanque séptico crudo y lodos sonicados, se utilizó 5 modelos cinéticos como: primer orden, Monod, balance de masa de sustrato, Gompertz, Chen and Hoshimoto. El estudio a escala laboratorio permitió demostrar la viabilidad y beneficios económicos del uso de lodos sonicados en el digestor, el mejor modelo en el estudio fue Gompertz con un coeficiente de determinación de 0.97.

En el año 2018 se encontró 3 artículos el primero se enfocó en la codigestión anaerobia de residuos sólidos urbanos principalmente en lixiviados frescos y aguas residuales domésticas, se determinó mediante pruebas de laboratorio *Bach* con una temperatura de 35 ºC por un lapso de 90 días, los modelos que se evaluaron fueron el de Gompertz modificado y la ecuación exponencial, el mejor modelo que permite la estimación de producción de biogás fue Gompertz modificado con rango de coeficiente de determinación entre 0.997-0.999 en los lotes empleados.

En el segundo artículo se desarrolló en la codigestión de residuos vegetales con sustratos de estiércol de caballo y lodo en reactores por lotes, los lodos fueron sustraídos de la planta de Kobe, los reactores trabajaron a una temperatura de 37 ºC con un pH de 6.7, las ecuaciones cinéticas fueron la de Gompertz modificado y el modelo logístico modificado, el mejor modelo empleado para determinar la producción de biogás fue el de Gompertz modificado con un promedio de 0.998.

En tercer artículo se enfocó al efecto de la temperatura sobre la cinética de la producción de biogás a partir de macro-algas *(Laminaria digitata)*, se desarrolló el experimento en reactores discontinuos a temperaturas de 55, 45, 35 y 25 ºC con un tiempo de retención hidráulica de 40 días, los modelos que se emplearon fueron el de Gompertz modificado y el modelo logístico, en el análisis se observó que los dos modelos son muy eficientes pero

se realizó un promedio y el modelo de Gompertz modificado tuvo un valor más alto de promedio en el coeficiente de determinación de 0.9875.

En año 2019 se observó 6 artículos, el primer artículo se enfocó en identificar el desarrollo de un método cinético modificado para modelar biogás producido a partir de abono de hongos gastados, los reactores empleados fueron de tipo discontinuo con temperaturas mesófilas de 35 ºC y termófilas de 55 ºC, con relaciones de Carbón nitrógeno de (40, 30, 20, 12.1), en el estudio se empleó 2 ecuaciones la de Gompertz modificado y logístico modificado, el mejor modelo empleado fue el de Gompertz modificado con un valor promedio de 0.994.

En el segundo artículo se empleó el modelo cinético de Gompertz modificado para el estudio cinético de la digestión anaerobia de estiércol de cabra con cáscara de plátano y estiércol de pollo, el tiempo de retención hidráulica fue de 47 días con un pH variable de 6.8 a 7.8 a temperatura de ambiente de 25 a 36 ºC, se utilizó reactores biodigestores con un volumen de 10 litros, como fuente de inóculo, se utilizó el licor de rumen de vaca. El modelo de Gompertz modificado dio un promedio de coeficiente de determinación 0.988.

El tercer artículo se enfocó en el impacto del pretratamiento hidrotermal en la digestión anaerobia de diferentes aguas residuales en relaciones sólidos-líquidos con la finalidad de mejorar la producción de biogás, se utilizaron dos modelos cinéticos el de Gompertz modificado y el modelo logístico, el modelo más óptimo en la precisión de los ajustes de datos experimentales fue el Gompertz modificado con un coeficiente de determinación de 0.970.

El cuarto artículo se desarrolló en una comparación de métodos para la predicción temprana del potencial de biogás anaeróbico sobre los residuos sólidos urbanos tratados biológicamente, se enfocaron en los residuos sólidos municipales y muestras de residuos sólidos urbanos procedentes de una planta de tratamiento biológica mecánica, se llevó a cabo durante 50 días, para el estudio se aplicó 11 modelos tales, como el de Gompertz modificado, Monod cuadrática, primer orden-primer orden, primer pedido con tiempo modificado dependencia, primer orden cero primer, primer orden, Gompertz, logística, Monod, Levi Minzi. En el análisis se observó que el mejor modelo empleado fue Gompertz modificado con un coeficiente de determinación de 0.998.

El quinto artículo se enfocó en la producción cinética de la producción de metano a partir de la digestión de lechuga de agua (*Pistia stratiotes L.)* con lodos residuales como inóculo, se realizó en lotes de sistemas a diferentes temperaturas de 35, 45, 55 y 65 ºC,

en el estudio se utilizó dos modelos Gompertz modificado y la ecuación de Cone, en el análisis se identificó que el mejor modelo para la predicción de metano fue la ecuación de Cono con un promedio de 0.966.

El sexto artículo se desarrolló en la digestión anaerobia de lodos de curtiduría secundaria con el objetivo de optimizar el pH, la temperatura inicial y la evaluación cinética, se evaluaron en un reactor discontinuo anaeróbico en temperaturas mesófilas de 35.5-37 ºC con un pH de 6.5, en la evaluación se utilizaron 4 modelos matemáticos como la ecuación de Cone, Gompertz, logística, primer orden, la ecuación más eficaz en el estudio fue el modelo de Logística con un coeficiente de determinación de 0.947.

4.3.4. Jerarquización de los modelos matemáticos de acuerdo a la eficiencia

Mediante la investigación por un período de 10 años se seleccionaron 22 artículos, se extrajeron la eficiencia del mejor modelo por cada artículo, donde se analizó que Gompertz fue uno de los modelos más empleados y eficientes con 72.73%, los modelos eficientes pero menos ocupados fueron el de Gompertz, ecuación de Cono y Gompertz exponencial, modelo logístico y modelo de porcentaje CH_4 los cuales se registran en la Figura 3.

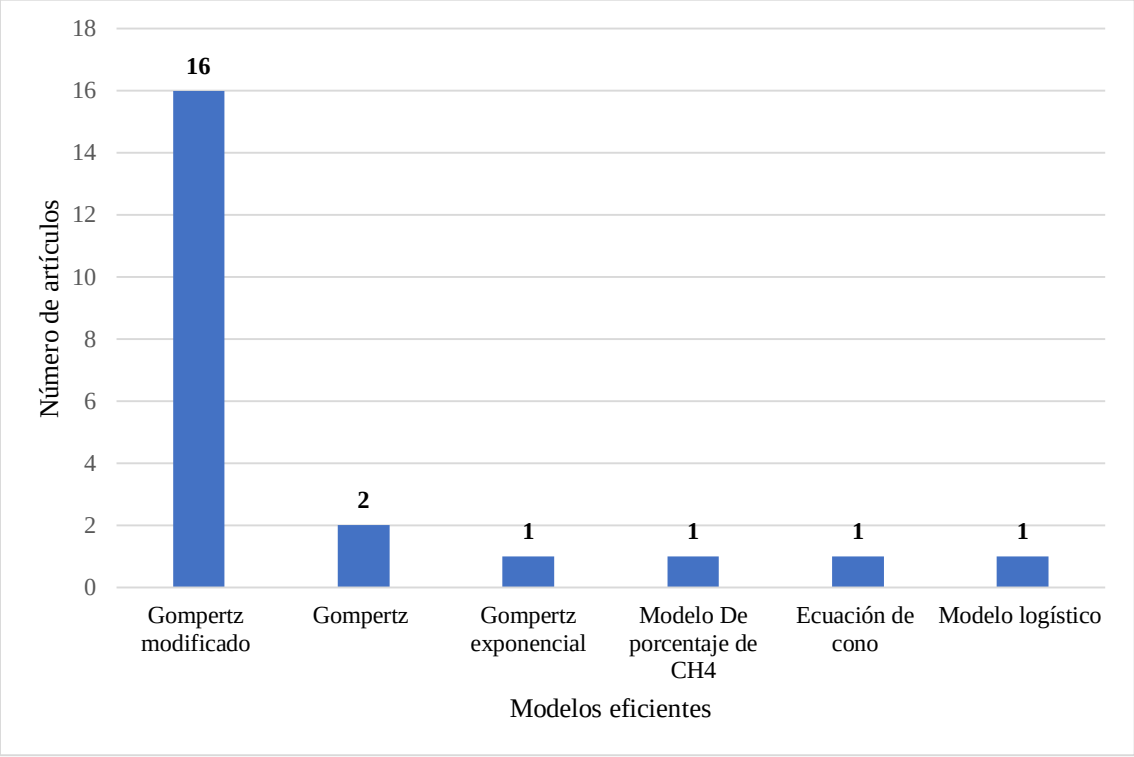

Figura 3. Modelos eficientes en los 22 artículos de inclusión.

Fuente: Elaboración propia

4.3.5. Sustratos que han sido empleados en los estudios de modelación matemática

En los 22 artículos se encuentran una gran variedad de sustratos que ayudan a la producción de biogás o metano, los sustratos encontrados fueron residuos vegetales, lechuga de agua, lixiviados, estiércol de caballo, estiércol porcino, desechos de pescado, algas, estiércol de cabra, estiércol de pollo, lodos de planta de tratamiento de aguas residuales, cáscara de plátano, cáscara de maíz, residuos de alimentos, estiércol de vaca, vinaza de la industria de etanol, rumen, urea, pasto, desecho de hongos y lodos de curtiduría, el sustrato más empleado en el estudio fue los lodos de planta de tratamiento de aguas residuales que han permitido describir la producción de biogás debido a la cantidad de materia orgánica y las bacterias metanogénicas que ayudan a la degradación y generación de gas, por estas razones este sustrato es muy utilizado, los sustratos se representa en la Figura 4.

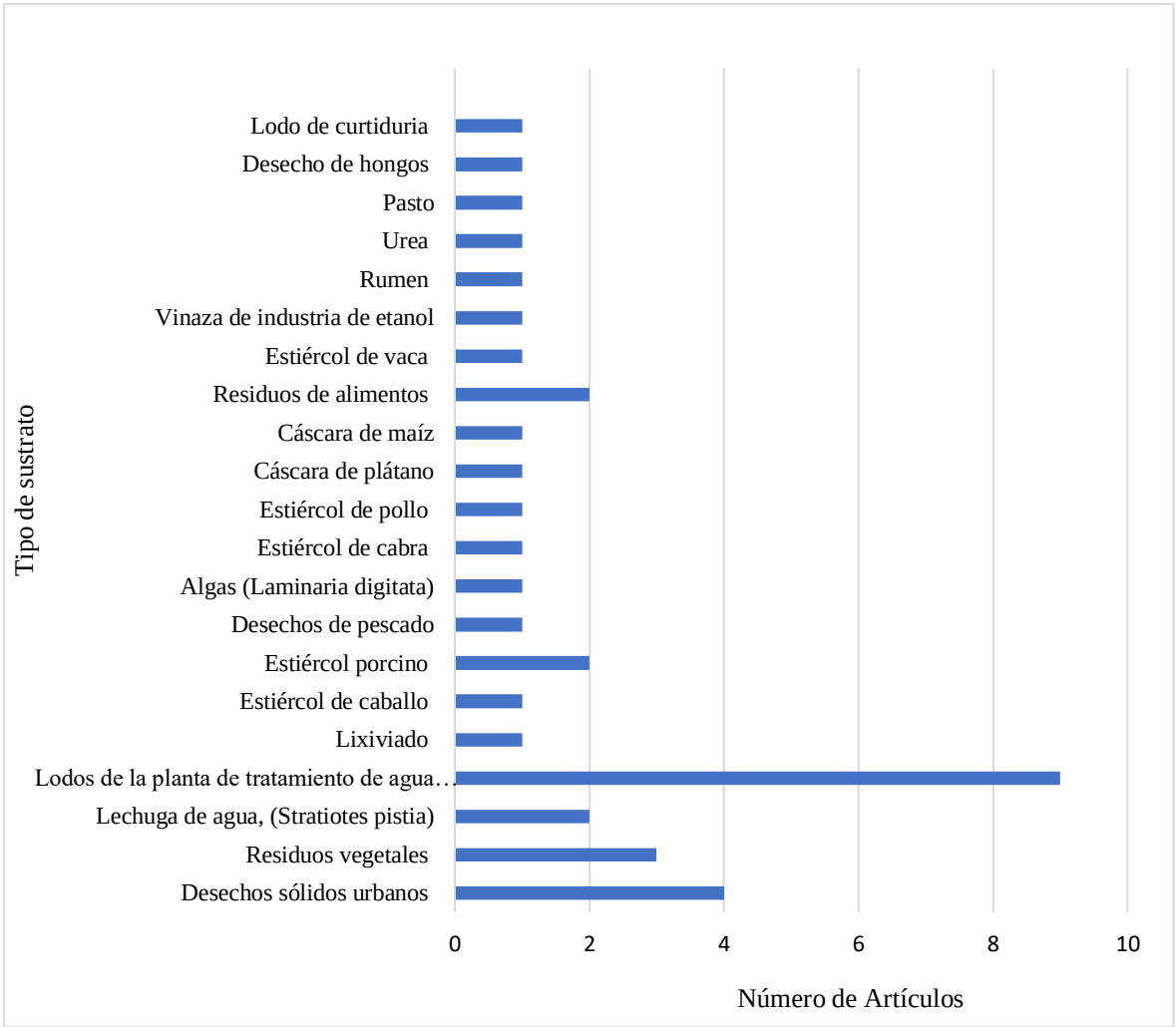

Figura 4. Repetitividad de los tipos de sustratos utilizados en la digestión anaerobia.

Fuente: Elaboración propia

4.3.6. Identificación del coeficiente de determinación

El coeficiente permitió identificar la factibilidad y fiabilidad de los modelos en los diferentes artículos, en el estudio se identificó una gran variedad del coeficiente de determinación, por la variación del coeficiente se realizó un promedio, el mejor modelo matemático fue el de Monod cuadrático con un promedio en el coeficiente de determinación de 0.997 y el de menor promedio fue el de balance de masa de sustrato de 0.330, el promedio y rango se identifica en la Tabla 11.

Tabla 11. Identificación del promedio del coeficiente de determinación

Modelos matemáticos	Número de artículos	Promedio de coeficiente de determinación
Ecuación de Primer orden	9	0.952
Gompertz Modificado	17	0.982
Modelo exponencial de primer orden	1	0.972
Modelo logístico modificado	3	0.992
Modelo de porcentaje de CH_4	1	0.918
Modelo de producción de biogás	1	0.904
Calidad de biogás y modelo de producción de biogás	1	0.972
Modelo logístico	4	0.959
Ecuación Cone	2	0.950
Ecuación de Gompertz	4	0.980
Gompertz Exponencial	1	0.985
Monod	2	0.957
Balance de masa de sustrato	1	0.330
Chen and Hoshimoto	1	0.890
Función de Gaussian	1	0.954
Primer orden-primer orden(FOFO)	1	0.995
Primer pedido con tiempo modificado dependencia (FOMT)	1	0.995
First order-zero order (FOZO)	1	0.993
First order variant - inverse time (FOIT)	1	0.993
Levi Minzi	1	0.906
Monod cuadrático	1	0.997

Fuente: Elaboración propia

4.3.7. Rango de precisión de los modelos matemáticos (R^2)

El rango de precisión permitió identificar en todos los modelos matemáticos cual fue la variación del menor coeficiente de determinación y el mayor según al tipo de muestras empleadas en los artículos, el rango con menor ajuste y mayor variación para la predicción de biogás fue el modelo de balance de masa de sustrato con un valor de 0.210-0.450 identificado como un modelo ineficiente, el modelo con menor variación en su rango fue Gompertz exponencial con un valor de 0.969-0.997 que se identifica en la tabla 12.

Tabla 12. Rango de los modelos matemáticos

Modelos Matemáticos	Rango
Ecuación de Primer orden	0.430-1
Gompertz Modificado	0.904-0.999
Modelo exponencial de primer orden	0.972
Modelo logístico modificado	0.960-0.998
Modelo de porcentaje de CH_4	0.918
Modelo de producción de biogás	0.904
Calidad de biogás y modelo de producción de biogás	0.972
Modelo logístico	0.828-0.990
Ecuación Cone	0.830-0.993
Ecuación de Gompertz	0.680-1
Gompertz Exponencial	0.969-0.997
Monod	0.920-0.981
Balance de masa de sustrato	0.210-0.450
Chen and Hoshimoto	0.830-0.950
Función de Gaussian	0.954
Primer orden-primer orden(FOFO)	0.995
Primer pedido con tiempo modificado dependencia (FOMT)	0.995
First order-zero order (FOZO)	0.993
First order variant - inverse time (FOIT)	0.993
Levi Minzi	0.906
Monod cuadrático	0.997

Fuente: Elaboración propia

4.4. DISCUSIÓN

Según González y Jurado (2017) menciona que se desarrolló una revisión sistemática de artículos originales en los diseños experimentales del proceso de la codigestión anaerobia con sustratos de residuos orgánicos y estiércol, realizó diferentes criterios para la selección de estudio, se obtuvo un promedio de 57 artículos, menciono que es importante estandarizar la información de los resultados para realizar una mejor comparación, la

metodología confirmó que la realización de una sistematización en el estudio para la identificación de modelos matemáticos que permitan predecir biogás es necesario por la gran cantidad de modelos, el estudio permitió identificar 22 artículos, se realizó 4 criterios de selección para obtener un modelo eficiente.

Según Martínez Rodríguez (2005) menciona que los coeficientes de determinación R^2 no son comparables ni tampoco se pueden promediar, debido a que mide la proporción de la variación de las variables dependientes expuestas por las variables exógenas, esto depende igual de los modelos realizados, los parámetros pueden ser distintos o la ecuación diferente, al comparar modelos de regresión sobre el coeficiente de determinación las variables y el tamaño de la muestra tienen que ser iguales, aun cuando las variables sean las mismas se puede visualizar problemas al comparar valores de R^2, en el estudio metaanálisis se desarrolló una comparación del coeficiente de determinación que arrojó valores incorrectos al intentar comparar y promediar los coeficientes de determinación, el margen del coeficiente va a variar lo que indicó a juicio del autor un margen de determinación en todas las ecuaciones de 0.330 a 1 esto depende de las muestras tomadas y los parámetros que permitan la producción de biogás, mediante este rango no se pudo identificar cual ecuación es mejor de todas las ecuaciones encontradas.

Esta revisión sistemática confirmo por Moujannı y col. (2018) que el modelo más eficiente y ocupado que permite la predicción de biogás fue Gompertz modificado, esto se debe a que se desarrolló un experimento en la codigestión de lixiviados frescos con aguas residuales domésticas en un laboratorio durante 90 días, con temperatura de 35 ºC con varios volúmenes de muestras donde el modelo cinético de Gompertz modificado fue uno de los modelos más ajustados de la codigestión anaerobia según Rodriguez Morales, Ventura Ramos, Lopez Velarde, y Perez Moreno (2017) confirman que existe un crecimiento poblacional exponencial que incrementa la producción de lodos procedentes de las aguas residuales con gran variedad de sustratos, causando problemas en su eliminación y almacenamiento, por la magnitud de los lodos biológicos, mencionan que es necesario desarrollar más estudios a la calidad de lodos que varían según las características del diseño de las instalaciones, el tipo de agua residual, la climatología y las épocas del año. A juicio del autor el trabajo contribuyó a la identificación de los sustratos más empleados para la predicción de biogás y un mejor modelo para la producción.

CONCLUSIONES

1. Fueron identificados 21 modelos diferentes en los 22 artículos recuperados demostrándose que existe una gran variedad en los modelos matemáticos empleados para predecir la producción de biogás. Estos modelos tienen diferentes niveles complejidad y de precesión.
2. El modelo de Gompertz modificado es el más empleado con un 72.73% de los 21 modelos identificados en los 22 artículos revisados y presenta un menor error en el ajuste de los valores experimentales.
3. Los modelos empleados para la predicción de la producción de biogás han evolucionado tanto en su precisión como en su versatilidad frente a diferentes sustratos. El modelo Gomperz y el de Monod son dos ejemplos de la evolución de estos modelos por la cantidad de variantes que se han desarrollado, siendo el primero el más empleado.

RECOMENDACIONES

Que se analicen otros criterios que permitan identificar y seleccionar el modelo más adecuado para predecir la producción de biogás a partir de un sustrato determinado.

Que se desarrollen investigaciones utilizando otros tipos de modelos para predecir la producción de biogás, como por ejemplo surrogate model.

REFERENCIAS

Alonso Contreras, A. J. (2017). *Ensayo de estabilización y reparación de digestores anaerobios, con residuos industriales y agroalimentarios en un proceso de co-digestión anaerobia.* (Doctoral), Universidad de Sevilla, Recuperado de https://idus.us.es/handle/11441/75912

Alvarado Aguayo, A., y Munzón Quintana, M. (2020). Evaluación de la efectividad de gel de sábila y agua de coco como enraizantes naturales en diferentes sustratos para propagación asexual de árboles de *Ficus benjamina*. *Agronomía Costarricense, 44*(1), 65-77. doi:http://dx.doi.org/10.15517/rac.v44i1.40002

Alvarez Ramirez, J., Meraz, M., y Vernon Carter, J. E. (2019). A theoretical derivation of the monod equation with a kinetics sense. *Biochemical Engineering Journal, 150*, 107305. doi:https://doi.org/10.1016/j.bej.2019.107305

Arhoun, B. (2017). *Digestión y codigestión anaerobia de residuos agrícolas, ganaderos y lodos de depuradora.* (Doctoral), Universidad de Málaga Recuperado de http://orcid.org/0000-0003-2263-0639

Chavanne, E., Díaz, J. V., García, M. B., y Cuenya, M. (2020). Comparación de dos métodos de análisis espacial en etapas de selección sin réplicas de caña de azúcar (Saccharum spp.) en Tucumán, R. Argentina. *Revista Industrial y Agrícola de Tucumán, 96*(1), 1-5.

Ciapponi, A., Alcaraz, A., Calderón, M., Matta, M. G., Chaparro, M., Soto, N., y Bardach, A. (2016). Carga de enfermedad de la insuficiencia cardiaca en América Latina: revisión sistemática y metanálisis. *Revista Española de Cardiología, 69*(11), 1051-1060. doi:https://10.1016/j.recesp.2016.04.045

Corredor Vargas, Y. A., y Pérez Peréz, L. I. (2018). Aprovechamiento de residuos agroindustriales en el mejoramiento de la calidad del ambiente. *Revista Facultad de Ciencias Básicas, 14*, 59-72. doi: https://doi.org/10.18359/rfcb.3108

Dai, X., Li, X., Zhang, D., Chen, Y., y Dai, L. (2016). Simultaneous enhancement of methane production and methane content in biogas from waste activated sludge and perennial ryegrass anaerobic co-digestion: The effects of pH and C/N ratio. *Bioresource technology, 216*, 323-330. doi:https://doi.org/10.1016/j.biortech.2016.05.100

Etuwe, C. N., Momoh, Y. O. L., y Iyagba, E. T. (2016). Development of mathematical models and application of the modified gompertz model for designing batch

biogas reactors. *Waste and Biomass Valorization, 7*(3), 543-550. doi:https://doi.org/10.1007/s12649-016-9482-8

Ferrando, I., Albarracín, L., Gallart, C., García Raffi, L. M., y Gorgorió, N. (2017). Análisis de los modelos matemáticos producidos durante la resolución de problemas de Fermi. *Bolema: Boletim de Educação Matemática, 31*(57), 220-242. doi:http://dx.doi.org/10.1590/1980-4415v31n57a11

Forster Carneiro, T., Perez Garcia, M., y Romero García, L. I. (2020). Biometanización de residuo sólido urbano: Escala de laboratorio y planta piloto. *Holos Environment, 7*(1), 87-104. doi:http://dx.doi.org/10.14295/holos.v7i1.978

Gaibor Chávez, J., Niño Ruiz, Z., Velázquez Martí, B., y Lucio Quintana, A. (2019). Viability of Biogas Production and Determination of Bacterial Kinetics in Anaerobic Co-digestion of Cabbage Waste and Livestock Manure. *Waste and Biomass Valorization, 10*(8), 2129-2137. doi:https://10.1007/s12649-018-0228-7

Gil, A., Siles, J. A., Serrano, A., Chica, A. F., y Martín, M. A. (2019). Effect of variation in the C/[N+P] ratio on anaerobic digestion. *Environmental Progress & Sustainable Energy, 38*(1), 228-236. doi:https://doi.org/10.1002/ep.12922

González Cuello, R. E., Paternina, L., y Carrillo, A. (2016). Biopelículas terciarias: fuerza de ruptura y efecto sobre la vida útil de cortes de tilapia negra (*Oreochromis niloticus*). *Información tecnológica, 27*(1), 33-40. doi:http://dx.doi.org/10.4067/S0718-07642016000100005

González, E., y Jurado, P. (2017). Sustratos y producción de biogás en biodigestores. Una revisión sistemática. *Ingeciencia, 2*.

Howell, G., Bennett, C., y Materić, D. (2019). A comparison of methods for early prediction of anaerobic biogas potential on biologically treated municipal solid waste. *Journal of environmental management, 232*(0301-4797), 887-894. doi:https://doi.org/10.1016/j.jenvman.2018.11.137

INEN. (2016). Estadística ambiental económica en gobiernos autónomos descentralizados municipales.

Kafle, G. K., y Kim, S.-H. (2012). Kinetic study of the anaerobic digestion of swine manure at mesophilic temperature: a lab scale batch operation. *Journal of Biosystems Engineering, 37*(4), 233-244. doi:https://doi.org/10.5307/JBE.2012.37.4.233

Li Vega, F. V., y García Sánchez, D. (2019). Propiedades cualitativas de un modelo matemático de leucemia Mielógena Crónica. *REVISTA CIENTÍFICA, 9*(1).

Liberati, A., Altman, D. G., Tetzlaff, J., Mulrow, C., Gøtzsche, P. C., Ioannidis, J. P., . . . Moher, D. (2009). The PRISMA statement for reporting systematic reviews and meta-analyses of studies that evaluate health care interventions: explanation and elaboration. *Journal of clinical epidemiology, 62*(10), 1-28. doi:https://doi.org/10.1371/journal.pmed.1000100

Martínez Rodríguez, E. (2005). Errores frecuentes en la interpretación del coeficiente de determinación lineal. *Anuario jurídico y económico escurialense*(38), 315-331.

Miramontes Martínez, L., Gomez Gonzalez, R., Botello Álvarez, J., Escamilla Alvarado, C., Albalate Ramírez, A., y Rivas García, P. (2020). Semi-continuous anaerobic co-digestion of vegetable waste and cow manure: a study of process stabilization. *Revista Mexicana de Ingeniería Química, 19*(3), 1117-1134. doi:https://doi.org/10.24275/rmiq/proc920

Montenegro Orozco, K. T., Rojas Carpio, A. S., Cabeza Rojas, I., y Hernández Pardo, M. A. (2016). Potencial de biogás de los residuos agroindustriales generados en el departamento de Cundinamarca. *Revista Ion, 29*(2), 23-37. doi:http://dx.doi.org/10.18273/revion.v29n2-2016002

Moujannı, A.-e., Qarraey, I., Ouatmane, A., Moujanni, A.-e., Qarraey, I., y Ouatmane, A. (2018). Anaerobic codigestion of urban solid waste fresh leachate and domestic wastewaters: Biogas production potential and kinetic. *Environmental Engineering Research, 24*(1), 38-44. doi:https://doi.org/10.4491/eer.2018.082

Parra Huertas, R. A. (2015). Anaerobic digestión: biotechnological mechanisms in waste water treatments and their application in food industry. *Producción+ Limpia, 10*(2), 142-159.

Pérez, E. C., y Chinea Guzmán, J. M. (2020). Evaluación de la factibilidad de las mezclas de residuos orgánicos para la producción de biogás. *Revista Cubana de Ingeniería, 10*(3), 53-62.

Plaza Gálvez, L. F. (2016). Modelación matemática en ingeniería. *Revista de investigación educativa de la REDIECH, 7*(13), 47-57.

Rodrigo Clavero, M. E. (2016). *BIOLEACH: un modelo matemático para la evaluación conjunta de la producción de lixiviados y biogás en vertederos de RSU.* (Máster), Universidad Politecnica de Valencia, Recuperado de

https://riunet.upv.es/bitstream/handle/10251/74687/Rodrigo%20-%20BIOLEACH%3A%20un%20modelo%20matem%C3%A1tico%20para%20la%20evaluaci%C3%B3n%20conjunta%20de%20la%20producci%C3%B3n%20de%20lixiviad....pdf?sequence=2&isAllowed=y

Rodriguez Morales, J. A., Ventura Ramos, E., Lopez Velarde, M., y Perez Moreno, V. (2017). Obtencion de biogas a partir de lodos de plantas de tratamiento de aguas residuales mediante la digestion anaerobia mesofilica. *Revista de Energía Química y Física*, *4*(12), 34-43.

Rojas Cairampoma, M. (2015). Tipos de Investigación científica: Una simplificación de la complicada incoherente nomenclatura y clasificación. *Revista electrónica de veterinaria*, *16*(1), 1-14.

Silveira, E., y Wagner, G. (2017). Tecnologia E Os Modelos Matemáticos: Reflexões Crítico-Ontológicas. *VIDYA*, *37*(1), 91-108. doi:https://doi.org/10.37781/vidya.v37i1.2001

Syaichurrozi, I., Suhirman, S., y Hidayat, T. (2018). Effect of initial pH on anaerobic co-digestion of Salvinia molesta and rice straw for biogas production and kinetics. *Biocatalysis agricultural biotechnology*, *16*, 594-603. doi:https://doi.org/10.1016/j.bcab.2018.10.007

Tjørve, K. M., y Tjørve, E. (2017). The use of Gompertz models in growth analyses, and new Gompertz-model approach: An addition to the Unified-Richards family. *PloS one*, *12*(6), 1-17. doi:https://doi.org/10.1371/journal.pone.0178691

Zuriaga Agustí, E., Hernández López, B., Pastor Carbonell, I., Aranda Mares, J. L., Silvestre Tormo, G., Carbajo Benito, E. J., . . . Abellán, M. (2017). Co-digestión anaerobia de fangos y purines en doble fase de temperatura combinada con cavitación y ozonización. *XXXIV Jornadas Técnicas de AEAS*, 439-447.